

ANNÉE 2008

ÉPREUVE N°3

DURÉE : 3 heures – COEFFICIENT : 4

Le candidat traitera obligatoirement le sujet ou l'un des deux sujets correspondant à l'option formulée dans sa demande d'admission à concourir.

Il trouvera ces sujets aux pages suivantes du présent fascicule :

Page 3 : Option Droit privé (deux sujets) ;

Page 4 : Option Mathématiques et statistiques (un sujet).

Recommandations importantes

Le candidat trouvera au verso la manière de servir la copie informatisée.

Sous peine d'annulation de sa copie, le candidat ne devra porter aucun signe distinctif (nom, prénom, signature, numéro de candidature, etc.) en dehors du volet rabattable d'en-tête.

Il devra obligatoirement se conformer aux directives données.

DROIT PRIVÉ

Code-matière 020

Un sujet au choix

PREMIER SUJET

Commentez cet arrêt du 26 septembre 2002 au regard des conditions de mise en œuvre de la responsabilité du fait des choses.

LA COUR DE CASSATION, DEUXIEME CHAMBRE CIVILE, a rendu l'arrêt suivant :

Sur le moyen unique, pris en sa seconde branche :

Vu l'article 1384, alinéa 1er, du Code civil ;

Attendu, selon l'arrêt attaqué, qu'en 1994, des blocs rocheux sont tombés d'une falaise faisant partie du domaine privé de la commune des Baux-de-Provence et en contrebas de laquelle sont situés des terrains, propriété des époux Brunet, de la SCI Brunet-Brémond et de la SCA Mas d'Aigret, où était exploité un hôtel-restaurant ; qu'après une étude technique, le maire de la commune a demandé aux intéressés de fermer, à compter du 1er novembre 1995, leur établissement pendant les travaux de confortement de la falaise ; que ces personnes et divers ayants droit ont alors assigné la commune sur le fondement de l'article 1384, alinéa 1er, du Code civil en responsabilité et indemnisation des préjudices commerciaux et financiers résultant de cette situation ;

Attendu que, pour rejeter les demandes au motif que c'était non le fait de la falaise mais la mise à exécution de l'arrêté municipal du 17 octobre 1995 qui était exclusivement à l'origine directe de la cessation d'exploitation et de ses conséquences, l'arrêt retient que depuis sa création en 1970 jusqu'au 1er novembre 1995 l'exploitation normale et continue de l'hôtel-restaurant n'avait jamais été troublée par le moindre risque concret de chute de rochers jusqu'à ce qu'intervienne la fermeture administrative de l'établissement pour travaux préventifs et énonce que le seul risque d'éboulement n'a pas eu d'effet direct dans la survenance des dommages dont il était demandé réparation ;

Qu'en se déterminant ainsi, alors que l'arrêté municipal ne trouvait lui-même sa justification qu'au regard du risque d'éboulement de la falaise, n'en étant que la conséquence, et que ce risque constituait donc la cause de la cessation d'exploitation de l'établissement, la cour d'appel a violé le texte susvisé ;

Par ces motifs, (...) casse et (...) renvoie devant la cour d'appel de Lyon.

Décision attaquée : Cour d'appel d'Aix-en-Provence (1^{re} ch. civ. A), 9 mai 2000 (Cassation)

DEUXIEME SUJET

La validité des clauses de non-concurrence en droit français

MATHÉMATIQUES ET STATISTIQUES

Code-matière 033

Les parties I, II, III et IV sont indépendantes.

Les résultats non justifiés par des explications mathématiques précises seront sans valeur.
L'usage de la calculatrice est autorisé

-I-

Rappels :

- ♣ Une fonction numérique f , définie sur un intervalle $I \subset \mathbb{R}$, est dite **convexe** si, quels que soient $(x, y) \in I^2$ et $(\lambda, \mu) \in \mathbb{R}^2$ tels que $\lambda \geq 0$, $\mu \geq 0$ et $\lambda + \mu = 1$, on a

$$f(\lambda x + \mu y) \leq \lambda f(x) + \mu f(y)$$

- ♣ Si $E \subset \mathbb{R}$, l'intérieur de E est le sous-ensemble $\overset{\circ}{E}$ défini par :

$$\forall x \in \overset{\circ}{E} \quad \exists \alpha > 0 \quad \text{tel que} \quad]x - \alpha, x + \alpha[\subset E$$

- ♣ Si f est une fonction dérivable à droite sur l'intérieur d'un intervalle I et s'il existe une fonction continue M telle que $f'_d(x) \leq M(x)$ pour tout $x \in \overset{\circ}{I}$, alors pour tout $(x, y) \in \overset{\circ}{I} \times \overset{\circ}{I}$ tel que $x < y$ on admettra que

$$|f(y) - f(x)| \leq \int_x^y M(t) dt$$

Dans la suite du problème, f désignera une fonction numérique de la variable réelle définie sur un intervalle $I \subset \mathbb{R}$ et convexe.

A — Quelques propriétés des fonctions convexes

I-A.1. Démontrer que pour tous $\lambda \in [0, 1]$ et $(x, y) \in I^2$ tels que $x < y$

$$\frac{f(z) - f(x)}{z - x} \leq \frac{f(y) - f(x)}{y - x} \leq \frac{f(y) - f(z)}{y - z} \quad \text{où} \quad z = \lambda x + (1 - \lambda)y$$

En déduire que si $y \in I$, alors $F_y : I \setminus \{y\} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $F_y(x) = \frac{f(x) - f(y)}{x - y}$ est une fonction croissante.

I-A.2. Déduire de la question précédente que f admet des dérivées à droite et à gauche en tout $x \in \overset{\circ}{I}$.

Démontrer que si $(x, y) \in \overset{\circ}{I} \times \overset{\circ}{I}$ et $x < y$ alors

$$f'_g(x) \leq f'_d(x) \leq \frac{f(y) - f(x)}{y - x} \leq f'_g(y) \leq f'_d(y)$$

B — Propriétés asymptotiques

On suppose que $I =]0; +\infty[$ et on considère les fonctions φ et g définies sur I par

$$\varphi(x) = \frac{f(x)}{x} \quad \text{et} \quad g(x) = f(x) - x f'_d(x)$$

I-B.1. Démontrer que g est décroissante sur I , puis en déduire le sens de variation de φ .

I-B.2. Démontrer que si $g(x)$ admet une limite finie quand x tend vers $+\infty$ alors $\varphi(x)$ admet une limite finie quand x tend vers $+\infty$.

Démontrer que dans ce cas, le graphe de f admet une asymptote en $+\infty$ et que

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f'_g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f'_d(x)$$

-II-

On considère le cas simple où un gène peut prendre deux formes (dites allèles) A ou a . Un individu peut avoir trois génotypes AA , Aa et aa .

On veut étudier l'évolution au fil des générations de ces gènes.

Dans la population¹ initiale (génération 0) les probabilités des génotypes sont les suivantes :

$$\begin{cases} \mathbb{P}[AA] &= r_0 > 0 \\ \mathbb{P}[Aa] &= s_0 > 0 \\ \mathbb{P}[aa] &= t_0 > 0 \end{cases}$$

On notera r_n , s_n et t_n respectivement, les probabilités qu'un individu de la génération n ait un génotype AA , Aa ou aa respectivement.

Les couples se forment par génération de manière aléatoire au regard des génotypes. L'enfant d'un couple reçoit un allèle au hasard de chacun de ses parents.

1. On suppose que le père est de génotype AA et la mère d'un des trois autres génotypes à proportions de ceux-ci dans la population.

Quelle est la probabilité que leur enfant soit de génotype AA , Aa ou aa ?

2. Déterminer r_1 , s_1 et t_1 . Puis exprimer ces probabilités en fonction de $d = r_0 - t_0$.

Indication(s) :

On pourra démontrer que $1 + d = 2 \times \left(r_0 + \frac{s_0}{2}\right)$ et $1 - d = 2 \times \left(t_0 + \frac{s_0}{2}\right)$ ◊

3. Déterminer r_2 , s_2 et t_2 en fonction de d .

Conclure.

-III-

On suppose qu'en France la fréquence des tornades est de 1 par siècle depuis 10 000 ans.

Toutefois, les scientifiques pensent que l'action de l'homme provoque un réchauffement climatique.

Ils supposent, a priori, que l'existence d'un effet des actions humaines sur le climat a une probabilité égale à $\mathbb{P}[H_e] = q \in]0, 1[$. La non-existence d'un tel effet a donc une probabilité a priori égale à $\mathbb{P}[\overline{H}_e] = 1 - q$.

Notons T le nombre de tornades par siècle et supposons qu'il existe $p \in]0, 1[$ tel que :

$$\begin{cases} \mathbb{P}[T \leq 1 \mid H_e] &= p \\ \mathbb{P}[T > 1 \mid H_e] &= 1 - p \\ \mathbb{P}[T \leq 1 \mid \overline{H}_e] &= 1 - r \\ \mathbb{P}[T > 1 \mid \overline{H}_e] &= r \end{cases}$$

1. Sachant que deux tornades consécutives se sont déroulées en 2009, quelle est la probabilité, $R(p, q, r)$, d'un effet de l'action humaine sur le réchauffement climatique ?

2. Déterminer cette probabilité si $p = q = 0,5$ et $r = 0,01$. On note q_1 cette valeur.

3. En 2010 les scientifiques ayant constatés ces résultats, choisissent de remplacer la valeur $q = 0,5$ par la probabilité q_1 calculée en 2. et conservent $p = 0,5$ et $r = 0,01$.

Une nouvelle tornade se déroule.

Quelle est la probabilité pour que l'action humaine n'ait pas d'effet sur cette situation climatique perturbée ?

¹Les populations de chaque génération sont considérées comme infinies, sans apport extérieur de population, ni mutations.

Soit l'espace vectoriel $E = \mathbb{R}^3$. On appelle projecteur toute application linéaire p de E dans E telle que $p^2 = p \circ p = p$.

On notera Id l'identité de E dans E .

On rappelle que :

- Si u est un endomorphisme de E alors son noyau est $\text{Ker}(u) = \{x \in E \mid u(x) = 0\}$.
- Si u est un endomorphisme de E alors son image est $\text{Im}(u) = \{y \in E \mid \exists x \in E \quad u(x) = y\}$.
- F et G sont deux sous-espaces vectoriels tels que $F \oplus G = E$ si et seulement si pour tout $x \in E$ il existe un unique couple $(f, g) \in F \times G$ tel que $x = f + g$.

1. Démontrer que p est un projecteur si et seulement si $\text{Id} - p$ est un projecteur.
2. Démontrer que si p est un projecteur alors :

$$\begin{cases} \text{Im}(\text{Id} - p) &= \text{Ker}(p) \\ \text{Ker}(\text{Id} - p) &= \text{Im}(p) \end{cases}$$

3. Démontrer que $E = \text{Ker}(p) \oplus \text{Im}(p)$

MATHÉMATIQUES ET STATISTIQUES

ERRATA

En page 4, dans l'exercice **I**, au **troisième** rappel, à la deuxième ligne, il faut lire « $|f'_d(x)| \leq M(x)$ », soit :

♣ Si f est une fonction dérivable à droite sur l'intérieur d'un intervalle I et s'il existe une fonction continue M telle que $|f'_d(x)| \leq M(x)$ pour tout $x \in \overset{\circ}{I}$, alors ...

En page 4, dans l'exercice **I**, à la question **I-A.1.**, il faut lire :

I-A.1. Démontrer que pour tous $\lambda \in]0; 1[$ et ...